Profesor:
Fortunato Mendoza

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

ARITMÉTICA

POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

POTENCIACIÓN

Es una operación matemática que consiste en multiplicar un número por sí mismo varias veces.

En general:

$$\boxed{P = \underbrace{k.k.k.\ \ldots\ldots\ .k}_{\text{"n" veces}} = k^n}$$

donde:

- $k \in Z^+$
- $n \in Z^+$

Además:

- k es la base
- n es el exponente
- P es la potencia perfecta de grado "n"

Ejemplos:

Número	Potencia perfecta de grado:
N_1 = 7.7=7^2	2
N_2 = 4.4.4=4^3	3
N_3 = 5.5.5.5=5^4	4

POTENCIACIÓN

TEOREMA FUNDAMENTAL

Para que un entero positivo sea una potencia perfecta de grado "n" es condición necesaria y suficiente que los exponentes de los factores primos en su descomposición canónica (D.C) sean múltiplos de "n".

Sea: $k = A^{\alpha} \,.\, B^{\beta} \,.\, C^{\theta}$ …… (D.C)

Entonces:

$$k^{n} = A^{n\alpha} \,.\, B^{n\beta} \,.\, C^{n\theta} \quad \text{…… (D.C)}$$

Ejemplo: Sea $N = 2^{10} \,.\, 3^{15} \,.\, 5^{20}$

Observación:

Como 10; 15 y 20 son $\dot{5}$, entonces "N" es una potencia perfecta de grado 5.

CASOS PARTICULARES

1. Potencia Perfecta de Grado 2 o Cuadrado Perfecto

Sea: $k = A^{\alpha} \,.\, B^{\beta} \,.\, C^{\theta}$ …… (D.C)

Se obtiene:

$$k^{2} = A^{2\alpha} \,.\, B^{2\beta} \,.\, C^{2\theta} \quad \text{…… (D.C)}$$

Ejemplo: $N = 2^{2}.7^{6}.11^{4}$

2.Potencia Perfecta de Grado 3 o Cubo Perfecto

Sea: $k = A^{\alpha} \,.\, B^{\beta} \,.\, C^{\theta}$ …… (D.C)

Se obtiene:

$$k^{3} = A^{3\alpha} \,.\, B^{3\beta} \,.\, C^{3\theta} \quad \text{…… (D.C)}$$

Ejemplo: $L = 3^{6}.5^{9}.17^{3}$

CRITERIOS DE INCLUSIÓN Y EXCLUSIÓN DE CUADRADOS Y CUBOS PERFECTOS

i) Según su última cifra :

K	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k^2	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
k^3	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Del cuadro se observa:

- Si un número termina en 2; 3; 7 u 8 no es cuadrado perfecto; en los demás casos tiene la posibilidad de serlo.
- Un cubo perfecto puede terminar en cualquier cifra.

ii)Por la terminación en ceros

⋆ Si: $\overline{ab\ldots\ldots xy\underbrace{0\ldots\ldots0}_{n\ cifras}} = k^2$

$\rightarrow$ n = $\dot{2}$ $\wedge$ $\overline{ab\ldots\ldots xy} = p^2 \quad (p \in Z^+)$

⋆ Si: $\overline{ab\ldots\ldots xy\underbrace{0\ldots\ldots0}_{n\ cifras}} = k^3$

$\rightarrow$ n = $\dot{3}$ $\wedge$ $\overline{ab\ldots\ldots xy} = p^3 \quad (p \in Z^+)$

iii) Por su terminación en la cifra 5

⋆ Si: $\overline{ab\ldots\ldots xy5} = k^2$

$\Rightarrow$ y = 2 $\wedge$ $\overline{ab\ldots\ldots x}$= n(n+1)

⋆ Si: $\overline{ab\ldots\ldots xy5} = k^3$

$\Rightarrow$ y = 2 $\vee$ $y = 7$

iv) Por Criterios de Divisibilidad

- **Módulo 4**

Si $k = \dot{4} + r$; $r \in \{0; 1; 2; 3\}$

$\Rightarrow k^2 \in \{\dot{4}; \dot{4} + 1\}$

$k^3 \in \{\dot{4} - 1; \dot{4}; \dot{4} + 1\}$

- **Módulo 9**

Si $k = \dot{9} + r$; $r \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

$\Rightarrow k^2 \in \{\dot{9}; \dot{9} + 1; \dot{9} + 4; \dot{9} + 7\}$

$k^3 \in \{\dot{9} - 1; \dot{9}; \dot{9} + 1\}$

RADICACIÓN

Es la operación inversa a la potenciación, en el cual dados dos números llamados índice y radicando, consiste en calcular en tercer número llamado raíz que elevado a un exponente igual al índice, resulte el radicando.

En general:

$$\sqrt[n]{N} = k$$

Donde: N: Radicando

n: Indice

K: Raiz enésima

RADICACIÓN ENTERA

Al extraer la raíz de un número entero el resultado no siempre es entero, por tal motivo se recurre a un término adicional llamado residuo, de modo así que todos los términos sean enteros.

$$\boxed{\begin{array}{l|l} \sqrt[n]{N} & k \\ \hline r & \end{array} \quad \Rightarrow \quad N = k^n + r}$$

r : Residuo

POTENCIACIÓN

RAÍZ CUADRADA ENTERA

Se denomina así a la raíz, cuando el índice es 2.

Puede ser:

a) Exacta (r = 0)

Resulta cuando el residuo es cero, y para ello el radicando debe ser un cuadrado perfecto

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{144} & 12 \\ \hline 0 & \end{array} \quad \rightarrow \quad 144 = 12^2$$

En general:

$$\boxed{\begin{array}{r|l} \sqrt{N} & k \\ \hline 0 & \end{array} \quad \rightarrow \quad N = k^2}$$

b) Inexacta (r ≠ 0)

Resulta cuando el residuo es diferente de cero; se puede extraer la raíz de dos maneras: por defecto o por exceso.

- **Por defecto**

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{70} & 8 \\ \hline 6 & \end{array} \quad \rightarrow \quad 70 = 8^2 + 6$$

En general:

$$\boxed{\begin{array}{r|l} \sqrt{N} & k \\ \hline r & \end{array} \quad \rightarrow \quad N = k^2 + r}$$

Donde:

k : Raíz cuadrada por defecto

r : Residuo por defecto

- **Por exceso**

Ejemplo: $\begin{array}{r|l} \sqrt{70} & 9 \\ \hline 11 & \end{array} \rightarrow 70 = 9^2 - 11$

En general: $\boxed{\begin{array}{r|l} \sqrt{N} & k+1 \\ \hline r_e & \end{array} \rightarrow N = (k+1)^2 - r_e}$

Donde:

$k + 1$: Raíz cuadrada por exceso

r_e : Residuo por exceso

Propiedades:

1. $\boxed{r + r_e = 2k + 1}$
2. $\boxed{r_{max} = 2k}$

RAÍZ CÚBICA ENTERA

Se denomina así a la raíz, cuando el índice es 3.

Puede ser:

a) Exacta (r = 0)

Resulta cuando el residuo es cero y para ello el radicando debe ser un cubo perfecto.

Ejemplo: $\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{64} & 4 \\ \hline 0 & \end{array} \rightarrow 64 = 4^3$

En general: $\boxed{\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{N} & k \\ \hline 0 & \end{array} \rightarrow N = k^3}$

b) Inexacta ($r \neq 0$)

Resulta cuando el residuo es diferente de cero. Se puede extraer la raíz de dos maneras: por defecto o por exceso.

- **Por defecto**

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{80} & 4 \\ \hline 16 & \end{array} \rightarrow 80 = 4^3 + 16$$

En general:

$$\boxed{\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{N} & k \\ \hline r & \end{array} \rightarrow N = k^3 + r}$$

Donde:

k : Raíz cúbica por defecto

r : Residuo por defecto

- **Por exceso**

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{80} & 5 \\ \hline 45 & \end{array} \rightarrow 80 = 5^3 - 45$$

En general:

$$\boxed{\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{N} & k+1 \\ \hline r_e & \end{array} \rightarrow N = (k+1)^3 - r_e}$$

Donde:

k +1: Raíz cúbica por exceso

r_e : Residuo por exceso

Propiedades:

1. $\boxed{r + r_e = 3k(k+1) + 1}$
2. $\boxed{r_{max} = 3k(k+1)}$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. En base 6, ¿cuántos números de 4 cifras son cuadrados perfectos y al ser divididos entre 5 el residuo es 4?

A) 22 **B) 18** **C) 10**

D) 8 **E) 6**

Resolución

Sea N = $\overline{abcd}_6 = k^2$

$k^2 = \dot{5} + 4 \rightarrow k = \dot{5} \pm 2$

Se cumple $6^3 \leq k^2 < 6^4$

$216 \leq k^2 < 1296 \rightarrow 14,6 \leq k < 36$

$k = \begin{cases} 17; 22; 27; 32 \\ 18; 23; 28; 33 \end{cases} \rightarrow$ k toma 8 valores

Rpta: 8 **Clave: D**

PROBLEMAS

2. ¿Cuál es el menor número que al sumarle los 4/11 de su valor, el resultado se convierta en cuadrado perfecto; sabiendo además que dicho número es divisible entre 18?

A) 2 970 | **B) 2 890** | **C) 2 630**

D) 3 420 | **E) 5940**

Resolución

Sea N el menor número

$N + \frac{4}{11}N = k^2 \quad \ldots(1)$

$N = \overset{\circ}{18} \rightarrow N = 18\,t \quad \ldots(2)$

De (1) $\frac{15}{11}N = k^2 \rightarrow \frac{3\,.\,5.(2\,.\,3^2.\,t)}{11} = k^2 \rightarrow \frac{2\,.\,3^3.\,5.\,t}{11} = k^2$

Para que N sea mínimo, t debe ser mínimo

$t = 2\,.\,3\,.\,5\,.\,11 \rightarrow t = 330$

En (2) $N = 18\,(330) \rightarrow N = 5940$

Clave: E

PROBLEMAS

3. Si el número $\overline{3aba00}$ es un cuadrado perfecto múltiplo de 3 y de 7, hallar el valor de "a.b"

A) 36 **B) 42** **C) 56**

D) 54 **E) 63**

Resolución

$\overline{3aba00} = k^2 \rightarrow \overline{3aba} = Q^2$

$\overline{3aba00} = \begin{cases} \dot{3} \\ \dot{7} \end{cases} \rightarrow \overline{3aba} = \begin{cases} \dot{3} \\ \dot{7} \end{cases}$

Se cumple $\overline{3aba} = 3^2.7^2.t^2 \rightarrow \overline{3aba} = 441\,t^2$

Obs: t = 3 $\rightarrow \overline{3aba} = 441(9)=3969$

$a = 9$; $b = 6$ $\therefore a\,.\,b = 54$ **Clave: D**

4. Dada la sucesión : 72x12; 72 x 13; 72x14; .... ; 72x3600. ¿Cuántos términos son cuadrados perfectos pero no cubos perfectos?

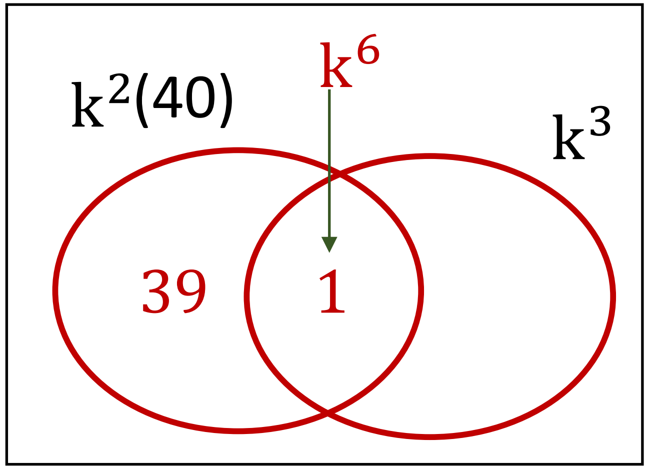
A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

Resolución

Sucesión: 72x12; 72x13; 72x14; ... ; 72x3600

Término General: $72Q$; $12 \leq Q \leq 3600$

Por dato: $72Q = k^2$; $72Q \neq k^3$



1°) $Son\ k^2$: $2^3.3^2.Q = k^2$

$Q = 2t^2 \rightarrow 12 \leq 2t^2 \leq 3600$

$6 \leq t^2 \leq 1800 \rightarrow t = \underbrace{3; 4; 5; \ldots; 42}$

$40\ valores$

2°) $Son\ k^6$: $2^3.3^2.Q = k^6$

$Q = 2^3.3^4t^6 \rightarrow 12 \leq 648t^6 \leq 3600$

$0,x \leq t^6 \leq 5,5 \rightarrow t = 1 \rightarrow 1\ valor$

Del gráfico:

Rpta: 39

Clave: C

PROBLEMAS

5. ¿Cuántos números de cuatro cifras del sistema nonario son cuadrados perfectos y cubos perfectos a la vez ?

A) 2 **B) 3** **C) 4**

D) 1 **E) 5**

Resolución

Sea N = $\overline{abcd}_9$

$$N = \begin{cases} k^2 \\ k^3 \end{cases} \rightarrow N = k^6$$

Se cumple $9^3 \leq k^6 < 9^4 \rightarrow 3^6 \leq k^6 < 3^8$

$3^3 \leq k^3 < 3^4 \rightarrow \mathrm{k} = 3; 4 \rightarrow 2$ valores

Rpta: 2 **Clave: A**

PROBLEMAS

6. Indicar la suma de las cifras del menor número natural mayor que la unidad que es potencia perfecta de grado 4 y potencia perfecta de grado 6.

A) 19 **B) 17** **C) 18**

D) 20 **E) 21**

Resolución

Sea N el menor número

$$N = \begin{cases} k^4 \\ k^6 \end{cases} \Rightarrow N = k^{12}$$

$$\text{Para } \mathrm{k} = 2 \Rightarrow N = 2^{12} \Rightarrow N = 4096$$

$$\sum cifras = 19$$

Clave: A

PROBLEMAS

7. En una radicación cuadrada inexacta el residuo puede tomar 684 valores diferentes sin que se altere la raíz cuadrada entera. La suma de cifras de la raíz cuadrada entera es:

A) 6 **B) 7** **C) 8**

D) 9 **E) 10**

Resolución

Sea:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{\;N\;} & k \\ \hline r & \end{array}$$

Para ser inexacta

$$r = \underbrace{1; 2\,; 3\,; \ldots; 2k}_{684\ valores}$$

Se cumple $2k = 684$ ➡ $k = 342$

Piden: $3 + 4 + 2 = 9$ **Clave: D**

PROBLEMAS

8. Al extraer la raíz cuadrada de un número se observó que los residuos por defecto y por exceso están en la relación de 2 a 5 Hallar el menor valor del radicando, si a dividir éste entre 7 se obtiene residuo máximo. Dar como respuesta la suma de la cifras.

A) 18 **B) 20** **C) 22** **D) 25** **E) 30**

Resolución

Sea $\begin{array}{c|c} \sqrt{N} & k \\ \hline r & \end{array} \Rightarrow \mathrm{N} = k^2 + r$

$\dfrac{r}{r_e} = \dfrac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{r} = 2\mathrm{n} \\ r_e = 5\mathrm{n} \end{cases}$

N es mínimo

$\mathrm{N} = \dot{7} + 6 \Rightarrow k^2 + r = \dot{7} + 6 \quad \ldots(1)$

Por propiedad $\quad r_e + \mathrm{r} = 2\mathrm{k} + 1$

$7n = 2\mathrm{k} + 1 \quad \ldots.(2)$

$\dot{7} = 2\mathrm{k} + 1 \longrightarrow \dot{7} + 6 = 2\mathrm{k} \longrightarrow \mathrm{k} = \dot{7} + 3$

En (1) $\quad (\dot{7} + 3)^2 + 2n = \dot{7} + 6$

$\dot{7} + 9 + 2n = \dot{7} + 6$

$2n = \dot{7} + 4 \longrightarrow n = \dot{7} + 2 \longrightarrow \mathrm{n} = 9$

En (2) $\quad 63 = 2\mathrm{k} + 1 \longrightarrow \mathrm{k} = 31\,;\ \mathrm{r} = 18$

Luego: $\mathrm{N} = 31^2 + 18 = 979$

$\sum cifras = 25$

Clave: D

9. Determinar el residuo de la raíz cuadrada de $\overline{7ab5}$ sabiendo que es máximo y siendo a, b y diferentes entre si y de cero.

A) 130 **B) 140** **C) 150**

D) 160 **E) 170**

Resolución

Sea $\begin{array}{r|l} \sqrt{\overline{7ab5}} & k \\ \hline 2k & \end{array}$ ➡ $\overline{7ab5} = k^2 + 2k$

$\overline{7ab6} = (k+1)^2$

$a \neq b \neq 0$

Obs: K+1 = 84 ➡ $\overline{7ab6} = 7056$ $(No\ es\ solución)$

86 ➡ $\overline{7ab6} = 7396$ $(Si\ es\ solución)$

Como $k + 1 = 86$ ➡ $k = 85$

$Piden:\ 2k = 2(85) = 170$

Clave: E

PROBLEMAS

10. Si a un entero se le adiciona 2791, su raíz cúbica aumenta en una unidad, manteniendo el residuo inalterado. La raíz cúbica del número es:

A) 27 **B) 28** **C) 29**

D) 30 **E) 31**

Resolución

Sea N el número

$$\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{N} & k \\ \hline r & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r|l} \sqrt[3]{N+2791} & k+1 \\ \hline r & \end{array}$$

Se cumple:

$$N = k^3 + r \qquad \dots(1)$$

$$N + 2791 = (k+1)^3 + r \qquad \dots(2)$$

$$(2) - (1):\ 2791 = 3k^2 + 3k + 1 \rightarrow 930 = k^2 + k$$

$$k = 30$$

Clave: D

PROBLEMAS

11. Sea R el resto de extraer la raíz cúbica de 1 450. Hallar el menor entero positivo que se le debe sumar a R para que dicha suma sea un número que tenga raí z cúbica exacta.

A) 6 **B) 16** **C) 24**

D) 73 **E) 97**

Resolución

Por dato

$$\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{1450} & k \\ \hline R & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} \sqrt[3]{1450} & 11 \\ \hline 119 & \end{array}$$

Observación: $\mathrm{k} = 11$; $\mathrm{R} = 119$

$Dato \quad 119 + x_{min} = Q^3$

$Para\ Q = 5 \rightarrow 119 + x_{min} = 125$

$\therefore x_{min} = 6$ **Clave: A**

PROBLEMAS

12. Al extraer la raíz cuarta del número N se obtuvo como resto por defecto a 4 800 y como resto por exceso a 5 055, calcular la suma de cifras de N :

A) 14 **B) 15** **C) 16** **D) 17** **E) 18**

Resolución

Por defecto

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[4]{N} & k \\ \hline 4800 & \end{array}$$

Por exceso

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[4]{N} & k+1 \\ \hline 5055 & \end{array}$$

Se cumple

N$= k^4 + 4800$

N$= (k+1)^4 - 5055$

Igualando $k^4 + 4800 = (k+1)^4 - 5055$

$9855 = (k+1)^4 - k^4$

$9855 = [(k+1)^2 + k^2][(k+1)^2 - k^2]$

$9855 = (2k^2 + 2k + 1)(2k + 1)$

Obs: $9855 = 3^3 . 5 . 73$

$365.27 = (2k^2 + 2k + 1)(2k + 1)$

Cumple para k = 13

Luego: N = $13^4 + 4800$ ➡ $N = 33361$

$\sum cifras = 16$

Clave: C

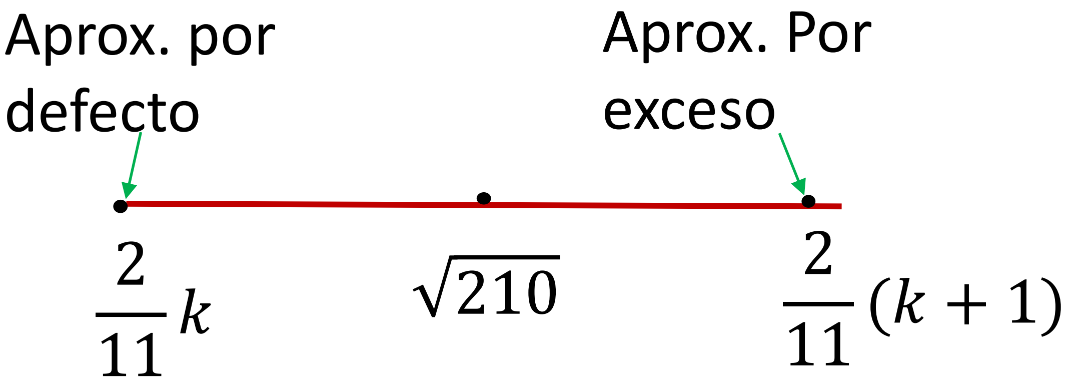
PROBLEMAS

13. Hallar el valor de la raíz cuadrada de 210 con una aproximación por defecto menor que 2/11.

A) 150/11 **B) 151/11** **C) 152/11**

D) 158/11 **E) 169/11**

Resolución



Se cumple: $\frac{2}{11}k < \sqrt{210} < \frac{2}{11}(k+1)$

78,7 < k < 79,7 $\rightarrow$ k = 79

$Piden: \frac{2}{11}k = \frac{2}{11}(79) = \frac{158}{11}$

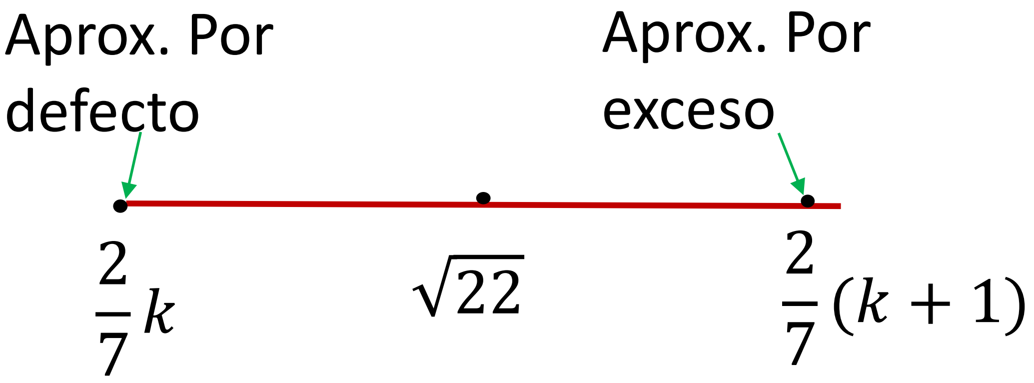
Clave: D

14. Si la fracción irreductible $\frac{p}{q}$ es la aproximación por defecto de $\sqrt{22}$ en menos de $\frac{2}{7}$, hallar su representación en fcs

A) [4; 1; 2; 1] **B) [4; 3; 2; 4]** **C) [4; 2; 2; 1]**

D) [4; 1; 1; 3] **E) [4; 1; 2; 3]**

Resolución



Se cumple

$$\frac{2}{7}k < \sqrt{22} < \frac{2}{7}(k+1)$$

$15,4 < k < 16,4 \rightarrow$ k = 16

Por dato: $\frac{p}{q} = \frac{2}{7}(16) = \frac{32}{7} \rightarrow$ fcs

Por el algoritmo de Euclides

	4	1	1	3
32	**7**	4	3	1
	4	3	1	0

$$\therefore \frac{p}{q} = \frac{32}{7} = [4; 1; 1; 3]$$

Clave: D

PROBLEMAS

15. Hallar la cantidad de fracciones de la forma (n/15) que aproximan a $\sqrt{20}$ en menos de 1/100.

A) 1 **B) 2** **C) 3**

D) 4 **E) 5**

Resolución

Se cumple:

$$\left|\sqrt{20}-\frac{n}{15}\right|<\frac{1}{100}$$

$$\sqrt{20}-\frac{1}{100}<\frac{n}{15}<\sqrt{20}+\frac{1}{100}$$

$$66{,}93<n<67{,}23$$ ➡ n = 67

Rpta: 1 **Clave: A**

PROBLEMAS

16. ¿Cuántos números de 6 cifras son cubos perfectos pero no cuadrados perfectos?

A) 30 **B) 40** **C) 50**

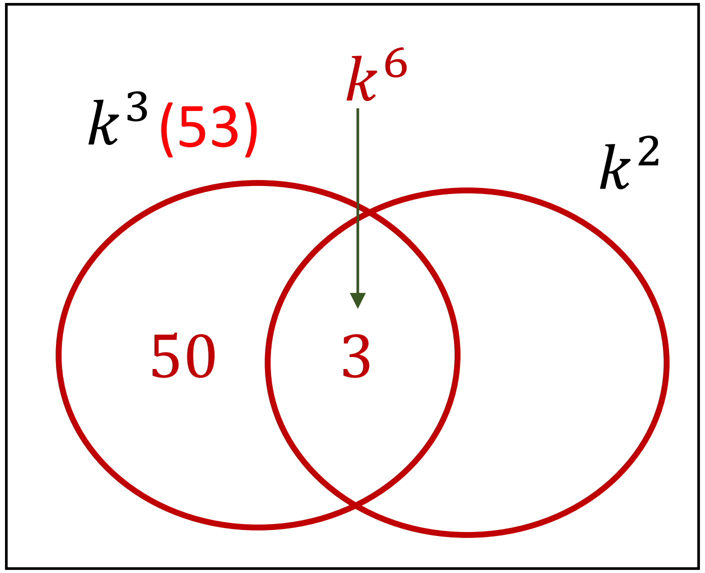
D) 60 **E) 70**

Resolución

$Sea \quad N = \overline{abcdef}$

$N = k^3 \quad ; \quad N \neq k^2$

Gráfico:



1°) $Son\ k^3$: $10^5 \leq k^3 < 10^6$

$$\text{k} = \underbrace{47; 48; 49; \ldots; 99}_{53\ valores}$$

2°) $Son\ k^6$: $10^5 \leq k^6 < 10^6$

$\text{k} = 7; 8; 9 \rightarrow 3\ valores$

Del gráfico: **Rpta: 50** **Clave: C**

17. ¿Cuántos números naturales tienen como raíz cúbica entera al número 8?

A) 214 **B) 215** **C) 216**

D) 217 **E) 218**

Resolución

$Sea \quad N \; uno \; de \; los \; naturales$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{N} & 8 \\ \hline r & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{N} = 8^3 + r$$

La raíz cúbica entera puede ser exacta o inexacta

Luego: $\mathrm{r} = 0; 1; 2; \ldots; r_{max}$; $r_{max} = 3(8)(9) = 216$

$\mathrm{r} = 0; 1; 2; \ldots; 216 \Rightarrow 217 \; valores$

Por cada valor de r hay un valor para N

Rpta: 217 **Clave: D**

PROBLEMAS

18. Un número capicubo es un capicúa y cubo a la vez. Calcule la suma de las cifras de la raíz cuadrada por defecto con un error menor que una unidad del capicubo de 3 cifras cuya raíz cúbica es igual a la suma de las 2 cifras diferentes que lo forman.

A) 12 **B) 10** **C) 7**

D) 9 **E) 11**

Resolución

Sea el número capicubo: $\overline{aba}$

Se cumple: $\overline{aba} = k^3$

Dato: $k = a + b \Rightarrow \overline{aba} = (a+b)^3$

Observación: $a + b = 7 \Rightarrow \overline{aba} = 343$

$a = 3 \; ; \; b = 4$

Luego:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{343} & 18 \\ \hline 19 & \end{array}$$

Piden: $1 + 8 = 9$

Clave: D

PROBLEMAS

19. Al extraer la raíz cúbica de un número entero positivo N se obtuvo como resto máximo un número de la forma $\overline{1ab}$. El menor número N, que cumple esta condición es aquel cuya suma de cifras es:

A) 5 **B) 6** **C) 7**

D) 8 **E) 9**

Resolución

Sea $\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{N} & k \\ \overline{1ab} & \end{array}$ $\Rightarrow$ $N = k^3 + \overline{1ab}$

$Se\ cumple: \overline{1ab} = 3k(k+1)$

$Cumple\ para: k = 6 \rightarrow \overline{1ab} = 126$

$k = 7 \rightarrow \overline{1ab} = 168$

$\text{Para que N sea mínimo, entonces k} = 6$

$Luego: N = 6^3 + 126 = 342 \rightarrow \sum cifras = 9$

Clave: E

20. ¿Cuántas fracciones propias, cuya suma de términos es 48, tienen como raíz cuadrada a un número que se aproxima a 0,7 en menos de un décimo?

A) 3 **B) 4** **C) 5**

D) 6 **E) 7**

Resolución

Sea: $f_p = \dfrac{A}{B}$; $A + B = 48$

Por dato

$$\left|\sqrt{\frac{A}{B}} - 0{,}7\right| < \frac{1}{10}$$

$$0{,}7 - \frac{1}{10} < \sqrt{\frac{A}{B}} < 0{,}7 + \frac{1}{10} \rightarrow 0{,}36 < \frac{A}{B} < 0{,}64$$

$$\frac{9}{25} < \frac{A}{B} < \frac{16}{25} \rightarrow \frac{9}{34} < \frac{A}{A+B} < \frac{16}{41}$$

$$\frac{9}{34} < \frac{A}{48} < \frac{16}{41} \rightarrow 12{,}7 < A < 18{,}7$$

A = 13; 14; 15; 16; 17; 18 $\rightarrow$ *6 valores*

Rpta: 6 **Clave: D**

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS